

## 5 PRZEMIANY CHARAKTERYSTYCZNE GAZÓW DOSKONAŁYCH I PÓLDOSKONAŁYCH

### 5.1. PODSTAWY TEORETYCZNE

Podstawowymi przemianami termodynamicznymi są:

- przemiana izochoryczna, gdy objętość nie ulega zmianie;
- przemiana izobaryczna, gdy ciśnienie ma wartość stałą;
- przemiana adiabatyczna, gdy czynnik nie wymienia ciepła z otoczeniem;
- przemiana politropowa przebiegająca przy stałej wartości ciepła właściwego;
- zjawisko dławienia, gdy rozprężający się czynnik nie wykonuje pracy.

#### Przemiana izochoryczna

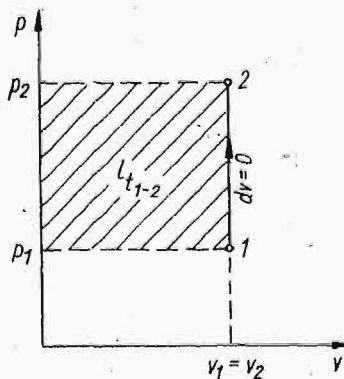
Na wykresie  $p-v$  (rys.5.1) przemianę izochoryczną opisuje prosta równoległa do osi rzędnej. Równanie tej prostej (izochory) wyraża zależność

$$v = \text{const}, \quad (5.1a)$$

czyli  $dv = 0$  (5.1b)

Podstawowe równanie przemiany izochorycznej ma postać

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (5.2)$$



Rys.5.1

Ilość pracy bezwzględnej wynika z wzoru definicyjnego:

$$dl = p \, dv,$$

czyli

$$dl = 0$$

lub

$$l_{1-2} = 0. \quad (5.3)$$

Praca techniczna w tej przemianie wynosi:

$$dl_t = -vdp$$

$$l_{t1-2} = v(p_1 - p_2) \quad (5.4a)$$

lub

$$L_{t1-2} = mv(p_1 - p_2) = V(p_1 - p_2). \quad (5.4b)$$

Ciepło przemiany obliczyć można z pierwszego równania termodynamiki

$$dq = du + pdv,$$

wobec

$$dv = 0$$

$$dq = du,$$

skąd

$$q_{1-2} = u_2 - u_1 \quad (5.5a)$$

bądź

$$Q_{1-2} = m(u_2 - u_1) = U_2 - U_1. \quad (5.5b)$$

Wyrażając ciepło przemiany w funkcji podstawowych parametrów stanu gazu można napisać:

$$\Delta u_{1-2} = q_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) = c_v \cdot T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right), \quad (5.6a)$$

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = mc_v(T_2 - T_1) = mc_v \cdot T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right). \quad (5.6b)$$

Przemiana izobaryczna

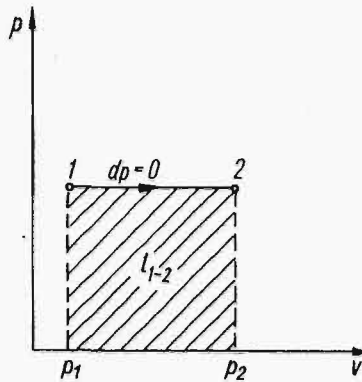
Na wykresie  $p-v$  (rys.5.2) przemianę izobaryczną opisuje prosta równoległa do osi odciętych. Równanie tej prostej (izobary) ma postać:

$$p = \text{const}, \quad (5.7)$$

czyli  $dp = 0$ .

Z równania stanu gazu dla przemiany izobarycznej wynika zależność:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (5.8)$$



Rys.5.2

Zgodnie z definicyjnym wzorem pracy bezwzględnej:

$$dl = p dv,$$

skąd

$$L_{1-2} = p(v_2 - v_1) \quad (5.9a)$$

lub

$$L_{1-2} = mp(v_2 - v_1) = p(V_2 - V_1). \quad (5.9b)$$

Praca techniczna określona jest wzorem:

$$dl_t = -v dp,$$

więc

$$dl_t = 0,$$

czyli

$$l_{t1-2} = 0. \quad (5.10)$$

Ilość ciepła przemiany oblicza się z pierwszego równania termodynamiki w jego drugiej postaci:

więc

$$dq = di - v dp,$$

$$dq = di$$

$$q_{1-2} = i_2 - i_1, \quad (5.11a)$$

lub

$$Q_{1-2} = m(i_2 - i_1) = I_2 - I_1. \quad (5.11b)$$

Ciepło przemiany można też obliczyć z zależności:

$$dq = c_p dT,$$

więc

$$q_{1-2} = c_p(T_2 - T_1) \quad (5.12a)$$

lub

$$Q_{1-2} = mc_p(T_2 - T_1). \quad (5.12b)$$

Korzystając z zależności (5.8) można napisać

$$q_{1-2} = c_p T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right), \quad (5.13a)$$

$$Q_{1-2} = m c_p T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right). \quad (5.13b)$$

Często w technice stosuje się pojęcie tzw. pracy użytecznej. Praca ta jest równa różnicy pracy bezwzględnej wykonanej przez czynnik znajdujący się w cylindrze pod tłokiem i pracy przetłaczania gazu przez zewnętrzną powierzchnię tłoka. Praca przetłaczania przy  $p = b = \text{const}$  wynosi:

$$L_{p1-2} = b(V_2 - V_1). \quad (5.14)$$

Zatem praca użyteczna

$$Lu_{1-2} = L_{1-2} - L_{p1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV - b(V_2 - V_1), \quad (5.15a)$$

$$Lu_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} (p-b) dV, \quad (5.15b)$$

gdzie:  $b$  - ciśnienie barometryczne (otoczenia).

### Przemiana izotermiczna

Równanie definicyjne przemiany izotermicznej ma postać:

$$dT = 0,$$

więc

$$T = \text{const.}$$

Z równania stanu gazu w tym przypadku wynika:

$$p \cdot V = \text{const} \quad (5.16)$$

lub

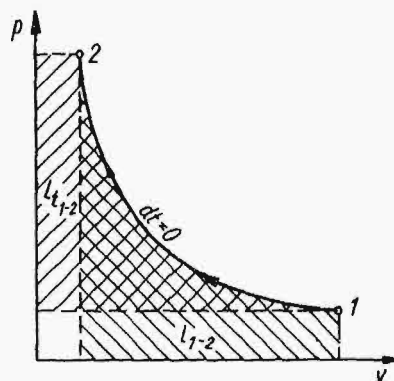
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (5.17)$$

Zależność (5.16) opisuje prawo Boyle'a-Mariotte'a, a równocześnie w układzie  $p-v$  przedstawia rodzinę hiperbol równobocznych - izoterm (rys.5.3).

Pracę bezwzględną gazu doskonałego obliczyć można ze wzorów:

$$L_{1-2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (5.18a)$$

$$L_{1-2} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}, \quad (5.18b)$$



Rys.5.3

$$L_{1-2} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (5.18c)$$

$$L_{1-2} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (5.18d)$$

Jeżeli w procesie bierze udział  $m$  kg czynnika, to

$$L_{1-2} = m l_{1-2};$$

wtedy wzory (5.18c) i (5.18d) można przedstawić w postaci:

$$L_{1-2} = p_1 V_1 \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (5.18e)$$

$$L_{1-2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (5.18f)$$

Pracę techniczną można obliczyć w sposób analogiczny. Ponieważ z pierwszego równania termodynamiki w jego obu postaciach wynika, że:

$$dq = c_v dT + dl$$

$$dq = c_p dT + dl_t$$

wobec

$$dT = 0$$

otrzymuje się

$$dl_t = dl = dq$$

oraz

$$l_{t1-2} = l_{1-2} = q_{1-2} \quad (5.19)$$

Zmianę entalpii oraz energii wewnętrznej gazu oblicza się z zależności:

$$di = c_p dT,$$

$$du = c_v dT.$$

W przemianie izotermicznej  $dT = 0$ , więc można napisać

$$di = du = 0, \quad (5.20)$$

czyli

$$\Delta i_{1-2} = \Delta u_{1-2} = 0 \quad (5.20a)$$

oraz

$$i = \text{const},$$

$$u = \text{const}.$$

Logarytm naturalny występujący we wzorach (5.18) zamienia się na dziesiętny korzystając z zależności:

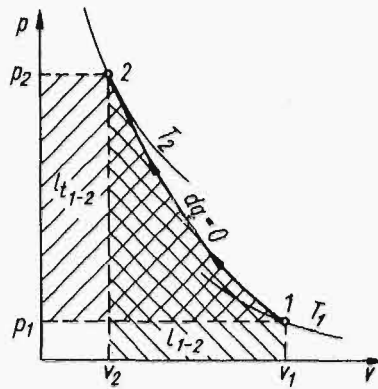
$$\ln x = 2,303 \lg x.$$

Prze m i a n a a d i a b a t y c z n a

Przemiana adiabatyczna zachodzi wówczas, gdy zmiana od stanu początkowego do końcowego odbywa się bez wymiany ciepła pomiędzy gazem a źródłem ciepła. Równanie adiłaty w układzie p-v (rys.5.4) przy stałym cieple właściwym ma postać:

$$pv^k = \text{const}, \quad (5.21)$$

gdzie:  $k = \frac{c_p}{c_v}$  - wykładnik adiabaty.



Rys.5.4

Zależność pomiędzy początkowymi a końcowymi parametrami określają równania wynikające ze wzoru (5.21) oraz z równania stanu gazu:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad (5.22a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}, \quad (5.22b)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (5.22c)$$

Pracę przemiany 1 kg gazu oblicza się ze wzorów:

$$l_{1-2} = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2), \quad (5.23a)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right], \quad (5.23b)$$

$$l_{1-2} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2), \quad (5.23c)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (5.23d)$$

Przy obliczaniu pracy przemiany wykonanej przez  $m$  kg gazu we wzorach (5.23a,b,d) należy zamienić objętość właściwą  $v$  na całkowitą objętość  $V$  lub mnożyć wartość  $l_{1-2}$  przez  $m$ , tak jak w przypadku wzoru 5.23c:

$$L_{1-2} = \frac{m R}{k-1} (T_1 - T_2). \quad (5.24)$$

Pracę techniczną oblicza się z pierwszego równania termodynamiki, w którym w przemianie adiabatycznej  $dq = 0$ :

$$\Delta u_{1-2} = c_v (T_2 - T_1) = -l_{1-2}, \quad (5.25a)$$

$$\Delta i_{1-2} = c_p (T_2 - T_1) = -l_{t_{1-2}}. \quad (5.25b)$$

Dzieląc stronami otrzymuje się

$$\frac{l_{t_{1-2}}}{l_{1-2}} = \frac{c_p}{c_v} = k,$$

skąd

$$l_{t_{1-2}} = k l_{1-2}. \quad (5.26)$$

Z przytoczonych wzorów jest widoczne, że zarówno praca bezwzględna jak i techniczna wykonywane są kosztem zmniejszania energii wewnętrznej czynnika, tzn. że przy rozprężaniu adiabatycznym temperatura gazu maleje.

P r z e m i a n a p o l i t r o p o w a

Definicyjne równanie przemiany politropowej ma postać:

$$p v^z = \text{const} \quad (5.27a)$$

lub

$$p^{\frac{1}{z}} v = \text{const}, \quad (5.27b)$$

przy czym  $z$  - wykładnik politropy wynosi:

$$z = \frac{c - c_p}{c - c_v}; \quad (5.28a)$$



z równania tego wynika, że

$$c = c_v \frac{z - k}{z - 1}. \quad (5.28b)$$

Dla przemiany politropowej obowiązują wszystkie zależności wyprowadzone dla adiabaty, jeżeli w miejsce wykładnika  $k$  wstawi się wykładnik politropy  $z$ .

Z równania politropy wyprowadzić można wszystkie poprzednio omówione równania przemian, jeżeli dla każdej z przemian wykładnik politropy obliczony zostanie ze wzoru (5.28a) po podstawieniu odpowiedniej wartości ciepła właściwego przemiany.

Tak więc dla:

izochory	$c = c_v$	$z = \infty$	$p^0 v = v = \text{const}$
izobary	$c = c_p$	$z = 0$	$p v^0 = p = \text{const}$
izotermy	$c = \infty$	$z = 1$	$p v^1 = pv = \text{const}$
adiabaty	$c = 0$	$z = k$	$p v^k = \text{const}$

Ponieważ wartość ciepła właściwego  $c$  może ulegać zmianie, co pociąga za sobą zmianę wartości wykładnika politropy, krzywa przemiany w układzie  $p-v$  może przebiegać rozmaicie (rys.5.5).

Przy procesie rozprężania gazu wyszczególnia się następujące przypadki:

-  $z < 1$  ciepło jest doprowadzane ( $q_{1-2} > 0$ ), energia wewnętrzna czynnika rośnie ( $\Delta u_{1-2} > 0$ );

-  $k > z > 1$  ciepło jest doprowadzane ( $q_{1-2} < 0$ ), energia wewnętrzna czynnika maleje ( $\Delta u_{1-2} < 0$ );

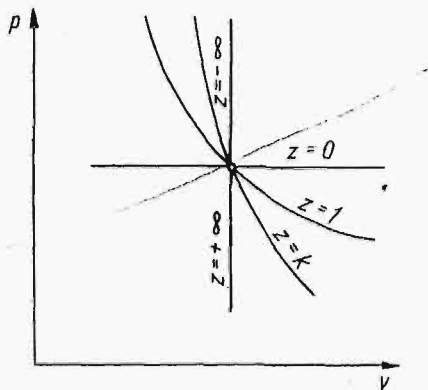
-  $z > k$  ciepło jest doprowadzane ( $q_{1-2} < 0$ ), energia wewnętrzna czynnika maleje ( $\Delta u_{1-2} < 0$ ).

Przy procesie sprężania odpowiednio można napisać:

gdy  $z < 1$ , to  $q_{1-2} < 0$  oraz  $\Delta u_{1-2} < 0$ ;

gdy  $k > z > 1$ , to  $q_{1-2} < 0$  oraz  $\Delta u_{1-2} > 0$ ;

gdy  $z > k$ , to  $q_{1-2} > 0$  oraz  $\Delta u_{1-2} > 0$ .



Rys.5.5



Zależności pomiędzy początkowymi i końcowymi parametrami określają równania:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^z, \quad (5.29a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{z-1}, \quad (5.29b)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{z-1}{z}}. \quad (5.29c)$$

Pracę 1 kg masy gazu w procesie politropowym określają równania:

$$l_{1-2} = \frac{1}{z-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2), \quad (5.30a)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{z-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{z-1} \right], \quad (5.30b)$$

$$l_{1-2} = \frac{R}{z-1} (T_1 - T_2), \quad (5.30c)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{z-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{z-1}{z}} \right]. \quad (5.30d)$$

Jeżeli ilość ciepła przemiany jest znana, to praca bezwzględna może być obliczona wg wzoru:

$$l_{1-2} = \frac{k-1}{k-z} q_{1-2}. \quad (5.30e)$$

Przy obliczaniu pracy przemiany wykonanej przez  $m$  kg gazu we wzorach (5.30a,b,d) należy zamienić objętość właściwą  $v$  na objętość całkowitą  $V$  lub mnożyć wartość  $l_{1-2}$  przez  $m$  tak, jak w przypadku wzoru (5.30c) i (5.30e)

$$L_{1-2} = m \frac{R}{z-1} (T_1 - T_2) \quad (5.31a)$$

oraz

$$L_{1-2} = m \left( \frac{k-1}{k-z} \cdot q_{1-2} \right) = \frac{k-1}{k-z} Q_{1-2}. \quad (5.31b)$$

Praca techniczna podobnie jak dla przemiany adiabatycznej:

$$l_{t1-2} = z l_{1-2}. \quad (5.32)$$

Ciepło przemiany wynosi:

$$q_{1-2} = c(T_2 - T_1) = c_v \frac{z-k}{z-1} (T_2 - T_1), \quad (5.33a)$$

$$Q_{1-2} = m c(T_2 - T_1) = m c_v \frac{z-k}{z-1} (T_2 - T_1), \quad (5.33b)$$

$$Q_{1-2} = L_{1-2} \frac{k-z}{k-1}. \quad (5.33c)$$

Zmianę energii wewnętrznej gazu wyraża zależność:

$$\Delta u_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) = \frac{z-1}{z-k} q_{1-2}. \quad (5.34)$$

## 5.2. ZADANIA

5.2.1. W zamkniętym zbiorniku o pojemności  $V = 1,2 \text{ m}^3$  znajduje się powietrze o ciśnieniu  $p_1 = 0,6 \text{ MN/m}^2$  i temperaturze  $T_1 = 295^\circ\text{K}$  ( $22^\circ\text{C}$ ). Powietrze zostaje ochłodzone do temperatury  $T_2 = 275^\circ\text{K}$  ( $2^\circ\text{C}$ ). Zakładając, że gaz ma stałe ciepło właściwe obliczyć:

- ciśnienie panujące w zbiorniku po ochłodzeniu gazu,
- ilość odprowadzonego ciepła i zmianę energii wewnętrznej gazu.

Rozwiązanie

Masa powietrza wypełniającego zbiornik wynosi:

$$m = \frac{p_1 V}{R T_1} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 1,2}{287 \cdot 295} = 8,5 \text{ kg};$$

$R = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{K})$  - stała gazowa powietrza (zad.4.2.1).

Ciepło właściwe oraz względną masę cząsteczkową powietrza odczytano z tabl.7 (gaz dwuatomowy)

$$M_B c_v = 20,93 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{deg})$$

$$\mu = M_B = 28,97 \text{ kg}/\text{kmol},$$

zatem

$$c_v = \frac{20,93}{28,97} = 0,724 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg}).$$

Ponieważ gaz jest ochładzany izochorycznie, więc ilość odprowadzanego ciepła oraz zmianę energii wewnętrznej obliczono wg wzoru (5.6b):

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = m c_v (T_2 - T_1) = 8,5 \cdot 0,724 (275 - 295) = - 123 \text{ kJ.}$$

Końcowe ciśnienie w zbiorniku

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 6 \cdot 10^5 \cdot \frac{275}{295} = 5,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

5.2.2. W zbiorniku o pojemności  $V = 0,8 \text{ m}^3$  znajduje się dwutlenek węgla. Manometr podłączony do zbiornika wskazuje ciśnienie  $0,8 \text{ MN/m}^2$ . Temperatura gazu wynosi  $T_1 = 623^\circ\text{K}$  ( $350^\circ\text{C}$ ). W trakcie ochładzania czynnika odprowadzono  $Q = 450 \text{ kJ}$  ciepła.

Obliczyć temperaturę  $\text{CO}_2$  po ochłodzeniu traktując go jako gaz doskonały. Ciśnienie zewnętrzne równe jest  $b = 0,982 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

Odp.  $T_2 = 507^\circ\text{K}$  ( $234^\circ\text{C}$ ).

5.2.3. Zbiornik o objętości  $V = 2 \text{ m}^3$  wypełniony jest azotem o ciśnieniu  $p_1 = 1 \text{ MN/m}^2$  i temperaturze  $T_1 = 273^\circ\text{K}$  ( $0^\circ\text{C}$ ).

Obliczyć ilość ciepła jaką należy doprowadzić w celu podniesienia ciśnienia gazu w zbiorniku do  $p_2 = 2 \text{ MN/m}^2$ .

Uwzględnić zmienność ciepła właściwego.

Odp.  $Q = 5130 \text{ kJ}$ .

5.2.4. Mieszanina gazów doskonałych znajduje się pod tłokiem w cylindrze ustawionym pionowo. Pojemność cylindra wynosi  $V = 50 \text{ dm}^3$ , a jego średnica  $d = 300 \text{ mm}$ . Masowy skład mieszaniny określony jest udziałami:  $\xi_{\text{H}_2} = 0,09$ ,  $\xi_{\text{CO}} = 0,30$ ,  $\xi_{\text{N}_2} = 0,61$ . Początkowe ciśnienie bezwzględne w cylindrze równe jest  $p_1 = 4,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , a temperatura  $T_1 = 343^\circ\text{K}$  ( $70^\circ\text{C}$ ). Jaką siłę należy przyłożyć do zewnętrznej powierzchni tłoka, aby po doprowadzeniu  $Q = 41,87 \text{ kJ}$  ciepła mieszaninie gazowej, objętość pod tłokiem pozostała stała.

Odp.  $F = 23,4 \text{ kN}$ .

5.2.5. W cylindrze zamkniętym tłokiem poruszającym się bez tarcia znajduje się  $V_1 = 0,8 \text{ m}^3$  powietrza. Początkowe parametry gazu: ciśnienie  $p_1 = 0,5 \text{ MN/m}^2$  i  $T_1 = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ).

Na skutek izobarycznego doprowadzenia ciepła powietrze wykonało pracę  $L_{1-2} = 250 \text{ kJ}$ .

Przy założeniu stałego ciepła właściwego obliczyć:

- temperaturę i objętość po doprowadzeniu ciepła,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii czynnika.

Rozwiązanie

Pracę przemiany oblicza się ze wzoru (5.9b):

$$L_{1-2} = p(V_2 - V_1) = 5 \cdot 10^5 (V_2 - 0,8) = 250 \text{ 000 J},$$

skąd

$$V_2 = \frac{250 \text{ 000}}{5 \cdot 10^5} + 0,8 = 1,3 \text{ m}^3.$$

Masa powietrza

$$m = \frac{p V_1}{R T_1} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0,8}{287(273 + 27)} = 4,65 \text{ kg}.$$

Temperaturę końcową wyznaczono z zależności (5.8):

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \frac{1,3}{0,8} \cdot 300 = 486^\circ\text{K}.$$

a zmianę energii wewnętrznej i entalpii powietrza ze wzorów (5.6b) i (5.12b). Korzystając z tabl.7 i pamiętając, że dla powietrza  $M_B = 28,97$ :

$$\Delta U_{1-2} = m c_v (T_2 - T_1) = 4,65 \frac{20,93}{28,97} (486 - 300) = 874 \text{ kJ},$$

$$\Delta I_{1-2} = m c_p (T_2 - T_1) = 4,65 \frac{29,3}{28,97} (486 - 300) = 627 \text{ kJ},$$

5.2.6. W nagrzewnicy powietrze zostaje podgrzane od temperatury  $T_1 = 263^\circ\text{K}$  ( $-10^\circ\text{C}$ ) do  $T_2 = 343^\circ\text{K}$  ( $70^\circ\text{C}$ ) przy ciśnieniu  $p = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Masowe natężenie przepływu powietrza wynosi  $\dot{m} = 0,834 \text{ kg/s}$ .

Traktując powietrze jako gaz półdoskonały obliczyć:

- objętościowe natężenie przepływu powietrza za nagrzewnicą,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii gazu,
- moc cieplną nagrzewnicy.

Odp.  $\dot{V}_2 = 0,821 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\Delta u_{1-2} = 57,4 \text{ kJ/kg}$ ,  $\Delta i_{1-2} = 804, \text{ kJ/kg}$ ,  $\dot{Q} = 67,1 \text{ MW}$ .

5.2.7. W cylindrze pionowym zamkniętym tłokiem o średnicy  $d = 0,5 \text{ m}$  znajduje się wodór o temperaturze  $T_1 = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ). Ciężar tłoka  $G = 15 \text{ kN}$ , a przestrzeń pod tłokiem wynosi  $V = 0,2 \text{ m}^3$ . Ciśnienie barometryczne (działające na górną powierzchnię tłoka) wynosi  $b = 0,98 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Obliczyć o ile podniesie się tłok, jeżeli do gazu doprowadzi się ciepło w ilości  $Q = 100 \text{ kJ}$ . Ponadto wyznaczyć końcową temperaturę gazu i pracę przemiany.

Wodór traktować jako gaz doskonały.

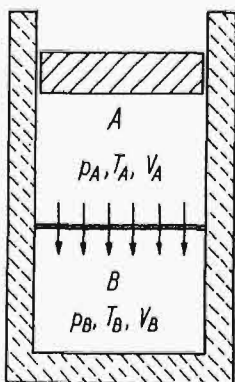
Odp.  $\Delta h = 0,82 \text{ m}$ ,  $T_2 = 544^\circ\text{K}$  ( $271^\circ\text{C}$ ),  $L_{1-2} = 28,25 \text{ kJ}$ .

5.2.8. Sprężarka zasysa powietrze atmosferyczne o parametrach  $T_1 = 293^\circ\text{K}$  ( $20^\circ\text{C}$ ) i  $b = 0,98 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  w ilości  $\dot{V} = 0,0834 \text{ m}^3/\text{s}$ , po czym tłoczy je do przeponowej chłodnicy wodnej. Obliczyć wydatek masowy wody przepływającej przez chłodnicę, jeżeli powietrze opuszczające sprężarkę na ciśnienie  $p_2 = 0,784 \text{ MN/m}^2$  i temperaturę  $T_2 = 453^\circ\text{K}$  ( $180^\circ\text{C}$ ). Przyrost temperatury wody w chłodnicy wynosi  $\Delta T_w = 18 \text{ deg}$  a temperatura ochłodzonego powietrza  $T_3 = 308^\circ\text{K}$  ( $35^\circ\text{C}$ ). Obliczenia przeprowadzić zakładając, że:

- straty ciepła w chłodnicy są znikome,
- chłodzenie powietrza odbywa się izobarycznie.

Uwzględnić zmienność ciepła właściwego.

Odp.  $\dot{m}_w = 0,189 \text{ kg/s}$ .



Rys.5.6

5.2.9. Cylinder zamknięty swobodnie poruszającym się tłokiem (bez tarcia) podzielony jest przegrodą dobrze przewodzącą ciepło (rys.5.6). Zarówno w części A jak i B znajduje się wieloatomowy gaz doskonały o parametrach początkowych:  $p_{A1} = 0,2 \text{ MN/m}^2$ ,  $T_{A1} = 800^\circ\text{K}$  ( $527^\circ\text{C}$ ) i  $p_{B1} = 0,5 \text{ MN/m}^2$ ,  $T_{B1} = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ). Objętości obu przestrzeni wynoszą  $V_{A1} = 0,1 \text{ m}^3$ ,  $V_B = 0,05 \text{ m}^3$ . Na skutek wymiany ciepła przez przegrodę po pewnym czasie nastąpi wyrównanie temperatur. Wtedy w obu przestrzeniach

$T_{A2} = T_{B2} = T_2$ . Zakładając, że straty ciepła na rzecz otoczenia, pojemności cieplne ścianek cylindra, przegrody i tłoka są znikome, obliczyć:

- końcową temperaturę gazu  $T_2$ ,
- objętość przestrzeni  $V_{A2}$  pod tłokiem przy  $T_{A2}$ ,
- pracę przemiany gazu w przestrzeni A i B.

Odp.  $T_2 = 439^\circ\text{K}$ ,  $V_{A2} = 0,055 \text{ m}^3$ ,  $L_A = -9,0 \text{ kJ}$ ,  $L_{tB} = -11,6 \text{ kJ}$ .

5.2.10. Powietrze o masie  $m = 5 \text{ kg}$  zostało sprężone izotermicznie od nadciśnienia  $p_n = 0,15 \text{ MN/m}^2$  i temperatury  $T = 283^\circ\text{K}$  ( $10^\circ\text{C}$ ) tak, że objętość jego zmalała trzykrotnie. Ciśnienie barometryczne  $b = 0,92 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Obliczyć:

- ciśnienie końcowe powietrza,
- pracę sprężania i ilość odprowadzonego ciepła,
- zmianę energii wewnętrznej gazu.

Rozwiązanie

Początkowe ciśnienie bezwzględne wynosi:

$$p_1 = b + p_n = (0,92 + 1,5) \cdot 10^5 = 2,42 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ciśnienie końcowe wyznaczono ze wzoru (5.17):

$$p_2 = p_1 \frac{v_1}{v_2} = p_1 \frac{3v_2}{v_2} = 2,42 \cdot 10^5 \cdot 3 = 7,26 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Pracę bezwzględną przemiany najwygodniej jest obliczyć z zależności (5.18a):

$$l_{1-2} = R T \ln \frac{v_2}{v_1} = R T \ln \frac{v_2}{3v_2},$$

$$l_{1-2} = 287 \cdot 283 \cdot 2,303 \cdot \log \frac{1}{3} = -8,91 \cdot 10^4 \text{ J/kg},$$

$$l_{1-2} = -89,1 \text{ kJ/kg},$$

$$L_{1-2} = m l_{1-2} = -5 \cdot 89,1 = -445,5 \text{ kJ}.$$

Z równania (5.19) i (5.20) wynika

$$Q_{1-2} = L_{1-2} = L_{t1-2}$$

oraz

$$\Delta U_{1-2} = 0,$$

ponieważ

$$du = c_v dT = 0.$$

5.2.11. Dwutlenek węgla w ilości  $n = 0,0223$  kmol o parametrach początkowych:  $p_1 = 24,5 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>,  $T_1 = 632^\circ\text{K}$  ( $359^\circ\text{C}$ ) został rozprężony izotermicznie do ciśnienia  $p_2 = 1,19$  MN/m<sup>2</sup>. Obliczyć:

- ilość doprowadzonego ciepła i pracę przemiany,
- objętość właściwą gazu w stanie początkowym i końcowym,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii.

Odp.  $Q_{1-2} = L_{1-2} = 83,74$  kJ,  $v_1 = 0,0754$  m<sup>3</sup>/kg,  $v_2 = 0,156$  m<sup>3</sup>/kg,  $\Delta U_{1-2} = \Delta I_{1-2} = 0$ .

5.2.12. Ile razy zwiększy się praca bezwzględna przemiany izotermicznej sprężania 1 kg gazu doskonałego o temperaturze  $T_1$  (°K), i ciśnieniu  $0,1$  MN/m<sup>2</sup>, jeżeli ciśnienie końcowe  $p_2 = 1,0$  MN/m<sup>2</sup> zostanie zwiększone 10-, 100- i 1000-krotnie. Jak zmieni się wielkość pracy, jeżeli temperatura początkowa  $T_1$  zostanie zwiększona 10-krotnie.

Odp. Praca zwiększy się odpowiednio 2, 3, 4 razy.

Przy podwyższonej 10-krotnie temperaturze  $T_1$  praca sprężania zostanie powiększona też 10-krotnie.

5.2.13. Od  $0,1$  m<sup>3</sup> powietrza o początkowych parametrach  $p_1 = 1$  MN/m<sup>2</sup> i  $T_1 = 473^\circ\text{K}$  ( $200^\circ\text{C}$ ) odprowadzono przy stałej temperaturze czynnika  $Q = 125$  kJ ciepła. Obliczyć:

- ciśnienie i objętość gazu na końcu przemiany,
- pracę techniczną i bezwzględną przemiany.

Odp.  $p_2 = 3,5$  MN/m<sup>2</sup>,  $V_2 = 0,0286$  m<sup>3</sup>,  $L_{t1-2} = L = -125$  kJ.

5.2.14. Powietrze w ilości  $m = 0,4$  kg zostaje rozprężone od początkowego ciśnienia  $p_1 = 1,98 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> do osiągnięcia objętości właściwej  $v_2 = 1,68$  m<sup>3</sup>/kg; temperatura w trakcie rozprężania nie ulega zmianie i wynosi  $T = 573^\circ\text{K}$  ( $300^\circ\text{C}$ ). Z kolei gaz podlega przemianom: izobarycznej i izochorycznej, po których osiąga parametry stanu początkowego. Narysować



obieg w układzie p-v. Traktując powietrze jako gaz półdoskonały obliczyć dla każdej przemiany:

- zmianę energii wewnętrznej i entalpii,
- wykonaną pracę bezwzględną,
- parametry punktów charakterystycznych obiegu.

Odp. Przy  $dT = 0$   $\Delta U_{1-2} = \Delta I_{1-2} = 0$ ,  $L_{1-2} = 46,1$  kJ.

Przy  $dp = 0$   $\Delta U_{2-3} = -85$  kJ,  $\Delta I_{2-3} = -118$ ,  
 $L_{2-3} = 33,1$  kJ.

Przy  $dv = 0$   $\Delta U_{3-1} = 85$  kJ,  $\Delta I_{2-3} = 118$  kJ,  
 $L_{3-1} = 0$  kJ.

Parametry podano w tabelce:

P a r a m e t r	p u n k t		
	1	2	3
p bar	1,98	0,981	0,981
v m <sup>3</sup> /kg	0,83	1,68	0,83
T °K	573	573	283

5.2.15. Powietrze o masie  $m = 1$  kg, ciśnieniu  $p_1 = 0,1$  MN/m<sup>2</sup> i temperaturze  $T_1 = 303$ °K (30°C) sprężono adiabatycznie do ciśnienia  $p_2 = 1,0$  MN/m<sup>2</sup>. Obliczyć:

- objętość właściwą i temperaturę gazu przy ciśnieniu  $p_2$ ,
- włożoną pracę.

Rozwiązanie

Ze wzoru (5.22c) oblicza się końcową temperaturę czynnika:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Dla powietrza (gaz dwuatomowy) z tabelicy 7 odczytano:

$$M_B c_v = 20,93 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{deg}), \quad M_B c_p = 29,31 \text{ kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{deg}).$$

Ponieważ

$$k = \frac{c_p}{c_v},$$

więc

$$k = \frac{M_B c_p}{M_B c_v} = \frac{29,31}{20,93} = 1,4.$$

Wstawiając otrzymano

$$T_2 = 303 \left( \frac{10}{1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 303 \cdot 10^{0,286} = 585^{\circ}\text{K}.$$

Pracę bezwzględną sprężania najwygodniej jest w tym przypadku obliczyć ze wzoru (5.23c):

$$l_{1-2} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2) = \frac{287}{1,4-1} (303 - 585) = -202,3 \cdot 10^3 \text{ J/kg},$$

$$l_{1-2} = -202,3 \text{ kJ/kg}.$$

Objętość właściwa przy ciśnieniu  $p_2$  i temperaturze  $T_2$  wynosi:

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{287 \cdot 585}{10 \cdot 10^5} = 0,168 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

5.2.16. Jaka była początkowa temperatura azotu, jeżeli końcowa temperatura po adiabatycznym sprężaniu wynosi  $T_2 = 1023^{\circ}\text{K}$  ( $750^{\circ}\text{C}$ ). Wiadomo, że stopień sprężania gazu  $\varepsilon = v_1/v_2 = 10$ . Przyjąć, że ciepło właściwe gazu jest stałe.  
Odp.  $T_1 = 407^{\circ}\text{K}$  ( $134^{\circ}\text{C}$ ).

5.2.17. Powietrze ( $k=1,4$ ) powinno być ochłodzone od początkowej temperatury  $T_1 = 293^{\circ}\text{K}$  ( $20^{\circ}\text{C}$ ) do  $T_2 = 132^{\circ}\text{K}$  ( $-141^{\circ}\text{C}$ ) poprzez adiabatyczne rozprężanie. Jakie powinno być ciśnienie początkowe, jeżeli ciśnienie końcowe wynosi  $p_2 = 0,9807 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

$$\text{Odp. } p_1 = 1,588 \text{ MN/m}^2.$$

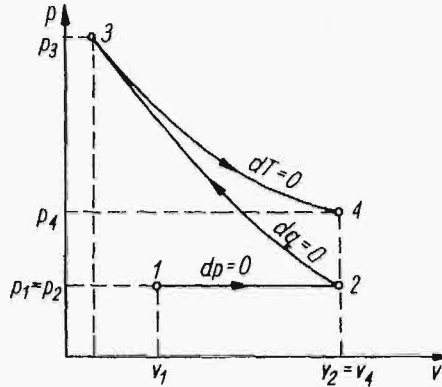
5.2.18. Butla o pojemności  $V = 40 \text{ dm}^3$  wypełniona była tlenem o ciśnieniu  $p_1 = 13,73 \text{ MN/m}^2$  i temperaturze równej temperaturze otaczającego powietrza  $T_1 = 293^{\circ}\text{K}$  ( $20^{\circ}\text{C}$ ). Na skutek nagłego upuszczenia pewnej ilości tlenu ciśnienie w butli spadło do  $p_2 = 6,86 \text{ MN/m}^2$ . W krótkim czasie otwarcia zaworu upustowego ilość wymienionego ciepła pomiędzy tlenem znajdującym się w butli a powietrzem otaczającym była tak niewielka, że proces rozprężania tlenu uważać można za adiaba-

tyczny. Po pewnym czasie temperatura w butli wzrosła i wyrównała się z temperaturą otoczenia.

Obliczyć temperaturę w butli zaraz po upuszczeniu gazu. Jaka część tlenu została upuszczona z butli? Jakie panuje ciśnienie w butli po wyrównaniu się temperatur? Ile tlenu należy wypuścić z butli, jeżeli proces ten będzie przebiegał bardzo powoli, a co za tym idzie temperatura gazu w butli praktycznie będzie stała i równa temperaturze otoczenia a końcowe ciśnienie  $p_2 = 6,86 \text{ MN/m}^2$ .

Odp. Po upuszczeniu gazu  $T_2 = 250^\circ\text{K} (-23^\circ\text{C})$ ,  $\Delta m = 2,99 \text{ kg}$ ,  
 $p_3 = 8,05 \text{ MN/m}^2$  przy  $T_2 = T_1$ ,  $\Delta m = 3,61 \text{ kg}$ .

5.2.19. Powietrze o masie 1 kg i początkowych parametrach  $p_1 = 200 \text{ kN/m}^2$  i  $T_1 = 310^\circ\text{K} (37^\circ\text{C})$  podlega kolejno przemianom (rys.5.7): od stanu początkowego izobarycznie osiąga stan, przy którym  $V_2 = 2,85 V_1$ , po czym adiabaticznie zostaje sprężone do ciśnienia  $p_3 = 2,8 \text{ MN/m}^2$ , po osiągnięciu którego izotermicznie rozpręża się do  $V_4 = V_2$ . Obliczyć:



Rys.5.7

- parametry podstawowe punktów charakterystycznych,
- ilość ciepła doprowadzonego lub odprowadzonego,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii w poszczególnych przemianach,
- wykonaną pracę bezwzględną.

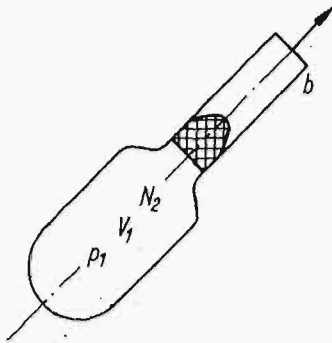
Powietrze traktować jako gaz doskonały.

Odp.

Punkt	p kN/m <sup>2</sup>	v m <sup>3</sup> /kg	T °K
1	200	0,444	310
2	200	1,265	883
3	2800	0,1921	1875
4	426	1,265	1875

Nr przemiany	q	$\Delta u$	$\Delta i$	l
	kJ/kg			
1 - 2	575	411	575	164
2 - 3	0	711	996	-711
3 - 4	1011	0	0	1011

5.2.20. Zbiornik wyrzutni (rys.5.8) o objętości  $V_1=0,5 \text{ m}^3$  wypełniony jest azotem o nadciśnieniu  $p_1 = 2 \text{ MN/m}^2$ . W trakcie wyrzucania pocisku o masie  $m = 10 \text{ kg}$  azot rozpręża się do objętości  $V_2 = 0,7 \text{ m}^3$ . Ciśnienie otoczenia  $b = 100 \text{ kN/m}^2$ .



Rys.5.8

Obliczyć prędkość pocisku w chwili opuszczania wyrzutni pomijając straty energii wywołanej tarciem pocisku w lufie wyrzutni.

Rozwiązanie

Proces rozprężania się azotu w zbiorniku wyrzutni przebiega w tak krótkim czasie, że ilość wymienionego ciepła pomiędzy azotem a otaczającym powietrzem jest znikoma. Dlatego proces rozprężania traktować można jako adiabatyczny.

Wykonaną pracę bezwzględną obliczono z zależności (5.23b):

$$L_{1-2} = \frac{p_1 V_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \right] \text{ [J]}.$$

Wykładnik adiabaty dla gazu dwuatomowego wyznaczono w zadaniu 5.2.15:  $k = 1,4$

$$p_1 = 2 \text{ MN/m}^2 = 2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2, \quad b = 100 \text{ kN/m}^2 = 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Wstawiając otrzymano

$$L_{1-2} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{1,4-1} \left[ 1 - \left( \frac{0,5}{0,7} \right)^{1,4-1} \right] = 3 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Praca wytłaczania powietrza z lufy zgodnie ze wzorem 5.14 wynosi:

$$L_{p1-2} = b(V_2 - V_1) = 10^5(0,7 - 0,5) = 0,2 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

Praca użyteczna:

$$L_{u1-2} = L_{1-2} - L_{p1-2} = (3 - 0,2) \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

Energia kinetyczna pocisku opuszczającego wyrzutnię równa jest wykonanej pracy użytecznej:

$$E_k = \frac{1}{2} mw^2 = L_{u1-2},$$

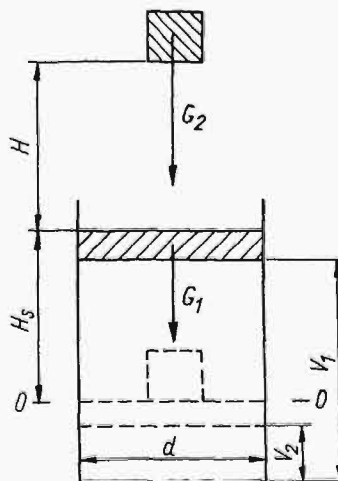
skąd

$$w = \sqrt{\frac{2L_{u1-2}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,8 \cdot 10^5}{10}} = 236,6 \text{ m/s,}$$

$$w = 236,6 \text{ m/s.}$$

5.2.21. Pionowy cylinder (rys. 5.9) o średnicy  $d = 30 \text{ mm}$  zamknięty jest tłokiem, którego ciężar  $G_1 = 20 \text{ N}$ . Przestrzeń pod tłokiem o objętości  $V_1 = 0,001 \text{ m}^3$  wypełniona jest palną mieszaniną gazową o gęstości  $\rho = 0,6 \text{ kg/m}^3$  i temperaturze  $T_1 = 293^\circ\text{K}$  ( $20^\circ\text{C}$ ). Ciepło właściwe mieszaniny  $c_v = 1,820 \text{ kJ/kg}$ . Ciśnienie barometryczne ma wartość  $b = 9 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ .

Obliczyć wysokość  $H$  (mierzonej od górnej powierzchni tłoka), z której należy upuścić na tłok ciężar  $G_2 = 50 \text{ N}$ , aby nastąpił zapłon mieszaniny. Temperatura zapłonu wynosi  $T_2 = 750^\circ\text{K}$  ( $477^\circ\text{C}$ ). Mieszaninę traktować jak gaz doskonały.



Rys.5.9

Rozwiązanie

Bilans energetyczny układu można napisać w postaci:

$$E'_p + E''_p + E'''_p = U_2 - U_1,$$

- gdzie:  $E'_p$  - energia potencjalna ciężaru na poziomie  $H + H_s$   
od poziomu  $0 - 0$  (rys.5.8),  
 $E''_p$  - energia potencjalna tłoka na poziomie  $H_s$ ,  
 $E'''_p$  - energia (praca) przetłaczania powietrza atmosferycznego,  
 $U_2 - U_1$  - przyrost energii wewnętrznej mieszaniny.

Ponieważ

$$\begin{aligned} E'_p &= G_2(H + H_s) \quad [J], \\ E''_p &= G_1 \cdot H_s \quad [J], \\ E'''_p &= L_{p1-2} = b(V_2 - V_1) \quad [J], \end{aligned}$$

więc wstawiając

$$G_2(H + H_s) + G_1 \cdot H_s + b(V_2 - V_1) = U_2 - U_1,$$

skąd szukana wysokość

$$H = \frac{(U_2 - U_1) - H_s(G_1 + G_2) - b(V_2 - V_1)}{G_2} \quad [m].$$

Przyrost energii wewnętrznej mieszaniny oblicza się z zależności (5.6a):

$$U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1),$$

gdzie masa mieszaniny:

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1}.$$

Ciśnienie początkowe panujące w cylindrze wynosi:

$$p_1 = b + \frac{G_1}{S} = b + \frac{4 \cdot G_1}{\pi \cdot d^2} = 9 \cdot 10^4 + \frac{4 \cdot 20}{\pi \cdot 0,03^2} = 11,83 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2.$$

Stała gazowa mieszaniny

$$R = \frac{p_1}{\rho \cdot T_1} = \frac{11,83 \cdot 10^4}{0,6 \cdot 293} = 673 \text{ J/(kg} \cdot \text{°K)},$$

$$m = \frac{11,83 \cdot 10^4 \cdot 0,001}{673 \cdot 293} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ kg},$$

więc

$$U_2 - U_1 = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 1820(750 - 293) = 499 \text{ J.}$$

Wielkość obniżenia tłoka

$$H_s = \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{4(V_2 - V_1)}{\pi d^2}.$$

Sprężanie gazu przebiega adiabatycznie, więc  $V_2$  obliczyć można z zależności 5.22b:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1},$$

skąd

$$V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Ciepło właściwe  $c_p$  wynika z równania Mayera (3.8a):

$$c_p = R + c_v = 673 + 1820 = 2493 \text{ J/kg}\cdot\text{deg.}$$

Wykładnik adiabaty:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{2493}{1820} = 1,37,$$

$$V_2 = 0,001 \left(\frac{293}{750}\right)^{\frac{1}{1,37-1}} = 77,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

więc

$$H_s = \frac{4(0,001 - 77,5 \cdot 10^{-6})}{\pi \cdot 0,03^2} = 0,318 \text{ m.}$$

Po wstawieniu obliczonych wartości do równania na  $H$  otrzymano:

$$H = \frac{499 - 0,318(20 + 50) - 9 \cdot 10^4(0,001 - 77,5 \cdot 10^{-6})}{50} = 9,12 \text{ m,}$$

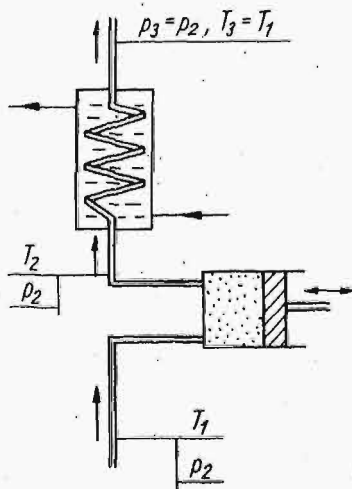
$$H = 9,12 \text{ m.}$$

5.2.22. W silniku wysokoprężnym następuje samozapłon dostarczonego do cylindra paliwa na skutek sprężenia powietrza do ciśnienia, przy którym temperatura jego jest co najmniej równa temperaturze zapłonu paliwa.

Obliczyć najmniejszy stopień sprężania  $\varepsilon = v_1/v_2$  i końcowe ciśnienie sprężania  $p_2$ , jeżeli temperatura zapłonu paliwa wynosi  $T = 903^\circ\text{K}$  ( $630^\circ\text{C}$ ). Na początku sprężania powietrze w cylindrze ma parametry:  $p_1 = 9,7 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ ,  $T_1 = 333^\circ\text{K}$  ( $60^\circ\text{C}$ ). Zadanie rozwiązać przyjmując, że proces sprężania był adiabatyczny, powietrze jest gazem półdoskonałym, a wykładnik adiabaty  $k = 1,4$ .

Odp.  $\varepsilon = 12,1$ ,  $p_2 = 3,17 \text{ MN/m}^2$ .

5.2.23. Powietrze o parametrach początkowych  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  i  $T_1 = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ) zostaje sprężone adiabatycznie (rys.5.10)



Rys.5.10

do ciśnienia  $p_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Sprężarka tłoczy powietrze do chłodnicy izobarycznej. Za chłodnicą temperatura  $T_3 = T_1$ . Moc silnika sprężarki ma wartość  $N = 10 \text{ kW}$ . Zakładając, że 60% dostarczonej energii zostaje zużyte na wykonanie pracy sprężenia oraz traktując powietrze jako gaz doskonały obliczyć:

- ilość sprężanego powietrza w jednostce czasu,
- moc cieplną wymiennika (chłodnicy).

Narysować przebieg przemian w układzie  $p-v$ .

Rozwiązanie

Praca sprężania 1 kg gazu zgodnie z zależnością (5.23d) i (5.26) wynosi

$$l_{t1-2} = p_1 \cdot v_1 \cdot \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \text{ [J]};$$

ponieważ

$$\dot{m} \cdot l_{t1-2} + 0,6 N = 0 \text{ [W]},$$



więc

$$0,6 \text{ N} = - \dot{m} p_1 v_1 \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] [\text{W}],$$

skąd

$$\dot{m} = - \frac{0,6 \text{ N}(k-1)}{p_1 v_1 k \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} [\text{kg/s}],$$

gdzie  $\dot{m}$  - ilość sprężonego powietrza w ciągu 1 s [kg/s],  
0,6 N - moc silnika zużywana na sprężenie powietrza [W].

Objętość właściwa powietrza  $v_1$  wynosi:

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 300}{1 \cdot 10^5} = 0,861 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Po wstawieniu wyznaczonych wartości

$$\dot{m} = - \frac{0,6 \cdot 10 \cdot 10^3 (1,4 - 1)}{1 \cdot 10^5 \cdot 0,861 \cdot 1,4 \left[ 1 - \left( \frac{6 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right]} = 0,0297 \text{ kg/s},$$

$$\dot{m} = 0,0297 \text{ kg/s}.$$

Temperatura gazu za sprężarką wynika z zależności (5.22c):

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Po przekształceniu

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 300 \left( \frac{6 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 500,6^\circ\text{K}.$$

Moc cieplna chłodnicy:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p (T_2 - T_3) [\text{J/s}].$$

Ciepło właściwe posługując się tabl.7 i pamiętając, że  $M_B = 28,97 \text{ kg/kmol}$  wynosi:

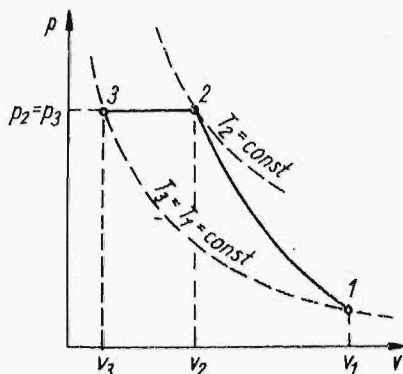
$$c_p = \frac{M_B \cdot c_p}{M_B} = \frac{29,31}{28,97} = 1,013 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg}) = 1013 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{deg}).$$

Więc ostatecznie moc cieplna, pamiętając, że  $T_3 = T_1$ ,

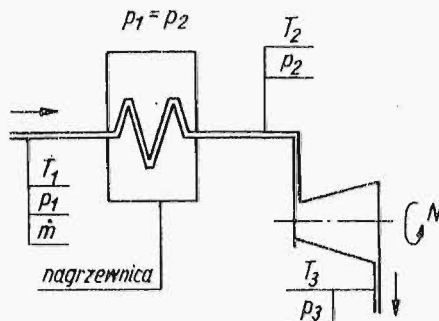
$$\dot{Q} = 0,0292 \cdot 1013 (500,6 - 300) = 5920 \text{ J/s} = 5920 \text{ W}.$$

$$\dot{Q} = 5,92 \text{ kW}.$$

Przebieg przemian pokazano na rys.5.11.



Rys.5.11



Rys.5.12

5.2.24. Powietrze (gaz doskonały) o parametrach początkowych  $p_1 = 1,5 \text{ MN/m}^2$  i  $T_1 = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ) zostaje podgrzane w nagrzewnicy izobarycznej do temperatury  $T_2$ . Po osiągnięciu tej temperatury powietrze jest rozprężone adiabatycznie w turbinie gazowej (rys.5.12) do ciśnienia  $p_3 = 150 \text{ kN/m}^2$ . Masowe natężenie przepływu gazu płynącego przez sprężarkę  $\dot{m} = 0,1 \text{ kg/s}$ . Moc maszyny ma wartość  $N = 36 \text{ kW}$ .

Zakładając brak jakichkolwiek strat energii rozprężającego się gazu obliczyć:

- końcową temperaturę czynnika  $T_3$ ,
- moc cieplną nagrzewnicy.

Odp.  $T_3 = 385^\circ\text{K}$ ,  $\dot{Q} = 45 \text{ kW}$ .

5.2.25. Powietrze o masie  $m = 3 \text{ kg}$  zostaje sprężone politropowo od ciśnienia  $p_1 = 96 \text{ kN/m}^2$  do  $p_2 = 1 \text{ MN/m}^2$ . Temperatura początkowa powietrza wynosiła  $T_1 = 291^\circ\text{K}$  ( $18^\circ\text{C}$ ), a końcowa  $T_2 = 400^\circ\text{K}$  ( $127^\circ\text{C}$ ). Traktując powietrze jako gaz doskonały obliczyć:

- wykładnik politropy,
- pracę bezwzględną i techniczną przemiany,
- ciepło przemiany.

Rozwiązanie

Zależność (5.29c) można napisać w postaci:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{z}{z-1}}$$

Po zlogarytmowaniu i wstawieniu wartości liczbowych

$$\lg \frac{p_2}{p_1} = \frac{z}{z-1} \lg \left( \frac{T_2}{T_1} \right),$$

$$\lg \frac{1 \cdot 10^6}{96 \cdot 10^3} = \frac{z}{z-1} \lg \frac{400}{291},$$

skąd

$$z = 1,156.$$

Pracę bezwzględną i techniczną obliczono z zależności (5.30c) i (5.32):

$$L_{1-2} = m \frac{R}{z-1} (T_1 - T_2) = 3 \frac{287}{1,156-1} (291-400) = -6,02 \cdot 10^5 \text{ J},$$

$$L_{t1-2} = zL_{1-2} = -1,156 \cdot 6,02 \cdot 10^5 = -6,95 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Ciepło właściwe przemiany wyraża wzór (5.28b):

$$c = c_v \frac{z-k}{z-1},$$

$c_p = 1,013 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg})$  (zad. 5.2.23) korzystając z równania Mayera (3.8a) można napisać:

$$c_v = c_p - R = 1013 - 287 = 726 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{deg}) = 0,726 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg}),$$

zatem

$$c = 0,726 \frac{1,156 - 1,4}{1,156 - 1} = -1,136 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg}).$$

Ciepło przemiany oblicza się ze wzoru (5.33b):

$$Q_{1-2} = m \cdot c(T_2 - T_1) = -3 \cdot 1,136(400 - 291) = -370 \text{ kJ}$$

lub w sposób bardziej bezpośredni z zależności (5.33c):

$$Q_{1-2} = L_{1-2} \cdot \frac{k-z}{k-1} = -602 \cdot \frac{1,4 - 1,156}{1,4 - 1} = -367 \text{ kJ}.$$

Niezgodność wyników spowodowana jest niedokładnością suwaka.

5.2.26. Sprężarka o wydajności  $\dot{m} = 0,754 \text{ kg/s}$  zasysa powietrze o parametrach  $p_1 = 0,98 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  i  $T_1 = 298^\circ\text{K}$  ( $25^\circ\text{C}$ ) sprężając je do ciśnienia  $p_2 = 9,90 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Sprężanie przebiega politropowo z wykładnikiem  $z = 1,20$ . Obliczyć jaką ilość wody należy chłodzić cylinder sprężarki, jeżeli jej przyrost temperatury wynosi  $\Delta T = 15 \text{ deg}$ .

Odp.  $\dot{m}_w = 1,194 \text{ kg/s}$ .

5.2.27. Azot o masie  $1 \text{ kg}$  i początkowych parametrach  $p_1 = 2,5 \text{ MN/m}^2$  i  $T_1 = 973^\circ\text{K}$  ( $700^\circ\text{C}$ ) został politropowo rozprężony do  $p_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Wykładnik politropy  $z = 1,180$ . Obliczyć:

- zmianę energii wewnętrznej gazu,
- ciepło przemiany,
- pracę bezwzględną przemiany.

Obliczenia przeprowadzić uwzględniając zmienność ciepła właściwego.

Odp.  $\Delta u_{1-2} = -310 \text{ kJ}$ ,  $q_{1-2} = 313 \text{ kJ}$ ,  $l_{1-2} = 622 \text{ kJ/kg}$ .

5.2.28. W zadaniu 5.2.27 obliczyć ciepło przemiany zakładając, że azot jest gazem doskonałym. Wyznaczyć błąd względny spowodowany tym założeniem.

Odp.  $\delta q = 9,22\%$ .

5.2.29. Przy politropowym rozprężaniu się dwuatomowego gazu doskonałego objętość jego zwiększyła się o 20%, a bezwzględna temperatura zmniejszyła się o 12%. Przedstawić na wykresie  $p-v$  politropę oraz obliczyć wartość molowej pracy bezwzględnej  $M_B l_{1-2}$  oraz wykładnik politropy.

Odp.  $M_B l_{1-2} = 712 \text{ kJ/kmol}$ ,  $z = 1,701$ .

5.2.30. Proces rozprężania się tlenu opisany został parametrami trzech wybranych punktów pośrednich

1)  $p_1 = 2,0 \text{ MN/m}^2$ ,  $T_1 = 760^\circ\text{K}$  ( $487^\circ\text{C}$ ),

2)  $p_2 = 1,0 \text{ MN/m}^2$ ,  $v_2 = 0,427 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,

3)  $v_3 = 0,300 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $T_3 = 576^\circ\text{K}$  ( $303^\circ\text{C}$ ).

Określić charakter przemiany. W przypadku procesu politropowego obliczyć wykładnik politropy.

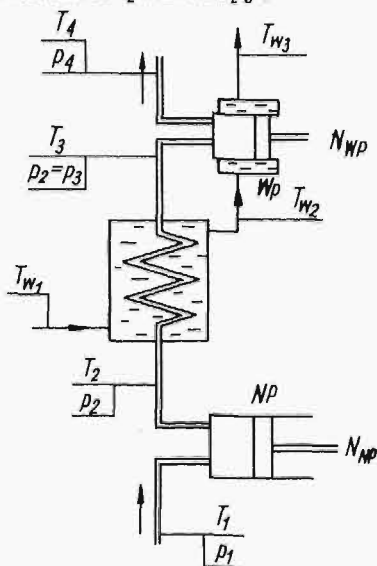
Odp.  $z = 0,90$ .

5.2.31. Na skutek politropowego sprężania 1 kg azotu objętość jego zmniejszyła się 6-krotnie. Obliczyć zmianę ciśnienia w tej przemianie, jeżeli początkowa temperatura gazu  $T_1 = 290^\circ\text{K}$  ( $17^\circ\text{C}$ ). Ponadto obliczyć wykładnik politropy.

Odp.  $p_2/p_1 = 7,18$ ,  $z = 1,1$ .

5.2.32. Wydajność dwustopniowej sprężarki powietrznej (rys.5.13) wynosi  $\dot{m} = 0,015 \text{ kg/s}$ . Sprężarka wyposażona jest w chłodnicę międzystopniową, której obieg wodny połączono szeregowo z płaszczem cylindra wysokoprężnego.

W cylindrze niskoprężnym (NP) powietrze sprężane jest adiabatycznie zaś w cylindrze wysokoprężnym (W.P.) - politropowo. Parametry powietrza wynoszą:



Rys.5.13

przed cylindrem NP

$p_1 = 0,97 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

$T_1 = 300^\circ\text{K}$  ( $27^\circ\text{C}$ )

za chłodnicą międzystopniową

$T_3 = 300^\circ\text{K}$  ( $57^\circ\text{C}$ )

za cylindrem WP

$p_4 = 2,2 \text{ MN/m}^2$

$T_4 = 350^\circ\text{K}$  ( $77^\circ\text{C}$ )

Temperatura wody: przed chłodnicą  $T_{w1} = 293^{\circ}\text{K}$  ( $20^{\circ}\text{C}$ )  
za chłodnicą  $T_{w2} = 303^{\circ}\text{K}$  ( $30^{\circ}\text{C}$ )

Moc teoretyczna silnika cylindra NP  $N_{NP} = 3,5 \text{ kW}$ .

Zakładając, że przepływ gazu w chłodnicy międzystopniowej odbywa się przy  $p = \text{const}$  oraz, że powietrze zachowuje się jak gaz doskonały obliczyć:

- moc teoretyczną silnika napędzającego cylinder WP,
- ilość wody chłodzącej,
- temperaturę końcową wody chłodzącej.

Narysować proces sprężania w układzie  $p-v$ .

Rozwiązanie

Obliczenie temperatury i ciśnienia powietrza za cylindrem NP. Wykładnik adiabaty  $k = 1,4$ , stała gazowa powietrza  $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{K})$ .

Z zależności (5.23c) i (5.26) wynika:

$$L_{t1-2} = \frac{k}{k-1} \dot{m}R(T_1 - T_2),$$

skąd

$$T_2 = T_1 - L_{t1-2} \frac{k-1}{k} \frac{1}{\dot{m}R}.$$

Po wstawieniu za  $L_{t1-2} = N_{NP} = -3500 \text{ W} = -3500 \text{ J/s}$  otrzymano:

$$T_2 = 300 + 3500 \cdot \frac{1,4 - 1}{1,4} \cdot \frac{1}{0,015 \cdot 287} = 533^{\circ}\text{K}.$$

Równanie (5.22c) ma postać:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

skąd

$$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,97 \cdot 10^5 \left(\frac{533}{300}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 7,27 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Obliczenie wydatku masowego wody przepływającej przez chłodnicę. Ciepło przemiany przy  $p_2 = \text{const}$ ,

$$\dot{Q}_{2-3} = \dot{m}c_p(T_3 - T_2),$$

gdzie

$$c_p = 1013 \text{ J/kg deg}, \quad T_3 = 330^\circ\text{K}.$$

Ilość ciepła przekazanego wodzie

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_w \cdot c_w (T_{w2} - T_{w1}),$$

gdzie:  $\dot{m}_w$  - kg/s ilość przepływającej wody,

$$c_w = 4186,7 \text{ J/(kg}\cdot\text{deg)}.$$

Ponieważ  $\dot{Q}_w + \dot{Q}_{2-3} = 0$ ,

więc

$$\dot{m}_w \cdot c_w (T_{w2} - T_{w1}) + \dot{m}c_p (T_3 - T_2) = 0,$$

skąd

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{m}c_p (T_2 - T_3)}{c_w (T_{w2} - T_{w1})} \text{ [kg/s]}$$

a po wstawieniu danych

$$\dot{m}_w = \frac{0,015 \cdot 1013 (533 - 330)}{4186,7 (303 - 293)} = 0,074 \text{ kg/s},$$

$$\dot{m}_w = 0,074 \text{ kg/s}.$$

Obliczenie mocy teoretycznej silnika napędzającego cylinder WP. Wykładnik politropy obliczyć można z zależności (2.29c)

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{z-1}{z}}$$

pamiętając, że  $p_2 = p_3$  otrzymano

$$\frac{z-1}{z} = \frac{\lg\left(\frac{T_4}{T_3}\right)}{\lg\left(\frac{p_4}{p_2}\right)} = \frac{\lg \frac{350}{330}}{\lg \frac{22 \cdot 10^5}{13,34 \cdot 10^5}} = 0,1175,$$

a zatem

$$z = \frac{1}{1 - 0,1175} = 1,134.$$

Z zależności (5.30c) i (5.32) wynika:

$$L_{t_{3-4}} = \frac{z}{z-1} \cdot mR(T_3 - T_4),$$

$$L_{t_{3-4}} = \frac{1,134}{1,134-1} \cdot 0,015 \cdot 283(330 - 350) = -709 \text{ J/s},$$

$$N_{WP} = |L_{t_{3-4}}| = 0,709 \text{ kW}.$$

Obliczenie temperatury końcowej wody chłodzącej.  
Ciepło przemiany politropowej wynosi (wg 5.32b):

$$\dot{Q}_{3-4} = \dot{m}c(T_4 - T_3).$$

Ciepło pochłonięte przez wodę

$$\dot{Q}_W = \dot{m}_W c_W (T_{W3} - T_{W2}).$$

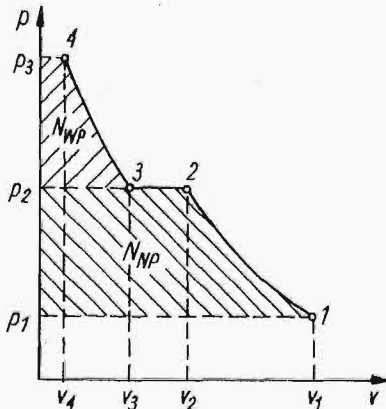
Ponieważ

$$\dot{Q}_{3-4} + \dot{Q}_W = 0,$$

$$\dot{m}c(T_4 - T_3) + \dot{m}_W c_W (T_{W3} - T_{W2}) = 0,$$

skąd

$$T_{W3} = \frac{\dot{m}c}{\dot{m}_W c_W} (T_3 - T_4) + T_{W2}.$$



Rys.5.14

Ze wzoru (5.28b) obliczono  
ciepło właściwe przemiany

$$c = c_V \frac{z-k}{z-1}$$

$c_V = 726 \text{ J/(kg}\cdot\text{deg)}$  z zad.5.2.26,

więc

$$c = 726 \cdot \frac{1,134 - 1,4}{1,134 - 1} =$$

$$= -1436 \text{ J/(kg}\cdot\text{deg)}.$$



Ostatecznie otrzymano:

$$T_{w3} = - \frac{0,015 \cdot 1436}{0,074 \cdot 4186,7} (330 - 350) + 303 = 316,9^{\circ}\text{K},$$

$$T_{w3} = 316,9^{\circ}\text{K} (43,9^{\circ}\text{C}).$$

Na rys.5.14 przedstawiono proces sprężania powietrza.

5.2.33. Sprężarka tłokowa zasysa powietrze o parametrach  $p_1 = 0,981 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  i  $T_1 = 283^{\circ}\text{K} (10^{\circ}\text{C})$  i spręża je politropowo do ciśnienia  $p_2 = 3,43 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  i  $T_2 = 358^{\circ}\text{K} (85^{\circ}\text{C})$ . Moc teoretyczna sprężarki ma wartość  $N = 47,8 \text{ kW}$ . Obliczyć:

- wykładnik politropy  $z$ ,
- objętościowe natężenie przepływu powietrza w rurociągu ssącym ( $\dot{V}_s$ ) i tłoczącym ( $\dot{V}_t$ ),
- wydajność sprężarki  $\dot{m}$ .

$$\text{Odp. } z = 1,23, \quad \dot{V}_s = 0,345 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \dot{V}_t = 0,1244 \text{ m}^3/\text{s}, \\ \dot{m} = 0,414 \text{ kg/s}.$$

5.2.34. Powietrze zostaje sprężone politropowo w sprężarce, której cylinder chłodzony jest wodą. Parametry powietrza zasysanego wynoszą:  $p_1 = 0,981 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  i  $T_1 = 290^{\circ}\text{K} (17^{\circ}\text{C})$ , powietrze za sprężarką osiąga ciśnienie  $p_2 = 3,94 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Moc teoretyczna sprężarki  $N = 73,55 \text{ kW}$ , moc cieplna chłodnicy cylindra  $Q = 34,9 \text{ kW}$ . Obliczyć:

- wykładnik politropy  $z$ ,
- wydajność sprężarki.

$$\text{Od. } z = 1,18, \quad \dot{m} = 0,499 \text{ kg/s}.$$